

反跳陽子比例計数管によるオンライン n/γ 分離測定への ベイズの定理の応用

九州大学・医学系学府・保健学専攻 松尾亮子、納富昭弘、栗原凌佑
近畿大学・原子力研究所 若林源一郎

Application of Bayes' theorem to the on-line n/γ discrimination with a recoil-proton proportional counter

Ryoko Matsuo¹⁾, Akihiro Nohtomi¹⁾, Ryosuke Kurihara¹⁾, Genichiro Wakabayashi²⁾

¹⁾ Kyushu Univ., Dept. of Health Sciences, Fukuoka-city, Fukuoka

²⁾ Atomic Energy Research Institute Kinki Univ., Higashiosaka-city, Osaka

e-mail: ryokomatsuo14@gmail.com

In a medical field, with a spread of high-energy radiation therapy, neutron exposure has become a controversial problem due to the high biological effectiveness of fast neutrons. In order to measure such fast neutrons directly, we applied a recoil proton proportional counter. Pulse rise time discrimination was utilized to eliminate co-existing gamma rays successfully with least squares fit technique in an off-line manner. We examined applicability of Bayes' theorem to this analysis for aiming at on-line evaluation. So called "Iwasaki's posterior probability accumulation method" was modified for this purpose. When n/γ ratio was studied with total counts of 500 on a rise time distribution, the accuracy of the proposed method was comparable to that of least squares fit. It can be concluded that Bayes' theorem is applicable to a simple on-line discrimination between neutrons and gamma-rays with a polyethylene-lined recoil proton proportional counter.

1. はじめに

1.1 背景

近年医療現場における中性子の発生に伴い、患者や医療従事者の中性子被ばくが懸念されている。中でも高速中性子は放射線加重係数が最大で光子の約20倍と高く、特に人体への影響が大きいため注意する必要がある。そこで当研究室では、高速中性子の発生を簡便に確認することのできるサーベイメータの開発を行っている。現在、中性子のサーベイメータとしてレムカウンタが一般的に用いられている。この検出器は熱中性子から数十MeVの幅広いエネルギー領域の中性子に感度を持ち、線量当量を直読することができるという特徴がある。しかし一般的に直径20cm程度のポリエチレン球や円筒を減速材として用いるため可搬性に乏しく、高価である。そこで当研究室では、高速中性子に特化した、簡便なサーベイメータの開発を行っている。

標準場の単色中性子フルエンス測定等に用いられ

ている反跳陽子比例計数管の一種に、ポリエチレン内張型反跳陽子比例計数管がある。この検出器は原理的に高速中性子のみ感度を持ち、オンライン測定が可能である。そのため直接かつ簡便に高速中性子線を測定することができ我々の目的に適しているが、 γ 線にも感度を持つため両者の分離を行う必要がある。

反跳陽子比例計数管の n/γ 弁別手法として、検出器のガス圧を変化させる手法がある^{1), 2)}。この手法は γ 線の信号がしきい値以下になるように測定下限値を設定し、その値以上の信号の中性子のみ測定している。したがってこのような波高値による弁別では数え落としが避けられない。

そこで我々はしきい値以下の中性子の情報を簡便に得るため、中性子線と γ 線のパルス立ち上がり時間の違いを用いた分離手法を検討している。先行研究^{3), 4)}により、中性子線と γ 線のパルス立ち上がり時間分布は異なった形状になることが実験的に分か

っている。そのため Fig.1 に示すように、最小二乗法を用いると Extreme 関数⁵⁾にて中性子線と γ 線を分離することができる。しかし最小二乗法は処理が複雑であるため、サーベイメータのような逐次的な評価には適さない。そこで本研究では、反跳陽子比例計数管のパルス立ち上がり時間分布を逐次的に評価することを目指し、本手法へのベイズの定理の適用可能性を検討する。

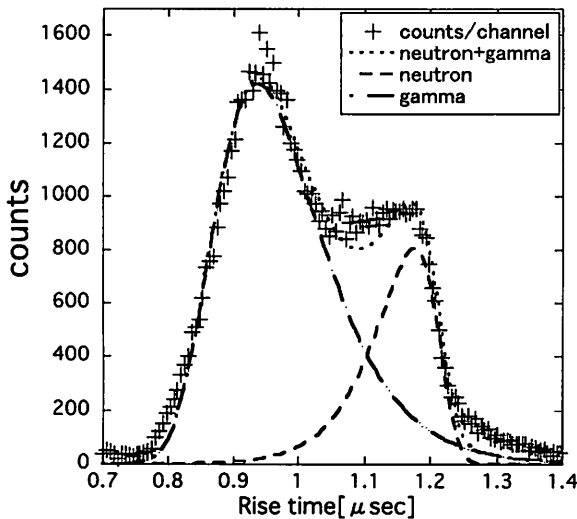


Fig. 1 Result of the application of least squares fit to measured data.

1.2 ベイズの定理

ベイズの定理とは、確率論や統計学で広く知られ幅広い分野に応用されている公式である。一般的に以下の式(1)で表される。

$$P(H_1|D) = \frac{P(D|H_1)P(H_1)}{P(D|H_1)P(H_1) + P(D|H_2)P(H_2)} \quad (1)$$

ベイズの定理は、ある結果が得られる原因が複数あるときに結果 D から原因 H を推定する問題に特化した公式であり、尤度 $P(H_1)$ 、 $P(H_2)$ 、事前確率 $P(D|H_1)$ 、 $P(D|H_2)$ を用いて事後確率 $P(H_1|D)$ を求める。尤度とは、ある原因のもとでその結果が得られるもつともらしい確率を表している。また事前確率は、前の計算の結果である事後確率を次の計算のパラメータとして更新したものである。このようにベイズの定理では、新しいデータが入ってくるたびにベイズ更新を行い、次々に計算値を算出する。

しかし本定理は、事象がただひとつの確率密度関数に従っている場合にそのパラメータを推定する問題に適した公式であり、事象が複数の確率密度関数に従っている場合にそれらの強度比を推定する問題には適していない⁶⁾。また本研究も高速中性子線と γ 線の強度比を求める問題であるため、ベイズの定理本来の公式の適用は適さない。そこで式(2)に示す

事後確率集積法^{7), 8)}の適用を試みた。本公式はベイズの定理を拡張した式であり、重み係数 α により、更新による変化量を変えることができる。本研究では本公式をさらに改良し、適用した。

$$P(H_1|D) = \frac{\left(P(H_1) + \alpha \frac{P(D|H_1)P(H_1)}{P(D|H_1)P(H_1) + P(D|H_2)P(H_2)} \right)}{1 + \alpha} \quad (2)$$

1.3 不確かさの評価

今回の計算では計算結果の不確かさについて以下の2つの用語⁹⁾を用いて評価を行った。

(1) 真度

無限回反復して計算された値の平均値と理論値との一致の度合い

(2) 精度

反復計算によって得られる計算値の一致の度合い

2. 方法

2.1 本手法へのベイズの定理の適用

本研究では、結果 D をパルス立ち上がり時間、原因 H_1 を高速中性子線の検出、原因 H_2 を γ 線の検出とした。またパラメータは以下のように設定した。

2.1.1 事前確率

前の計算で得られた事後確率をベイズ更新によって更新したものをを用いた。ただし1カウント目の事前確率は、理由不十分の法則より高速中性子線、 γ 線共に等確率であるとして計算を行った。

2.1.2 尤度

高速中性子線、 γ 線それぞれのパルス立ち上がり時間分布を正規化して用いた。

2.1.3 重み係数 α

重み係数 α による結果の変化を確認するため、重み係数 α を以下の4種類に設定し計算を行った。

- (1) 小さい場合 ($\alpha=0.001$)
- (2) 大きい場合 ($\alpha=0.1$)
- (3) 段階的に変化させた場合
- (4) 連続的に変化させた場合

2.2 計算手法

モンテカルロ法を用いたシミュレーションを Fig.2 に示す流れで行い、高速中性子線の混合割合を逐次的に算出した。プログラミング言語は Fortran90 を用い、乱数の種の発生は、組み込み関数である SYSTEM CLOCK を用いた。

最初に、事前確率を設定し、尤度を読み込んだ。次に0~1の一様乱数を用い、高速中性子線または γ 線を規定の確率で検出することを想定した。さらに別の一様乱数にて、実験結果を再現するようなパル

ス立ち上がり時間を決定した。決定したパルス立ち上がり時間をベイズの定理へ適用し、計算結果である事後確率を次のイベント発生時の事前確率へと更新することを繰り返した。高速中性子線の混合割合の理論値は 0.1、0.3、0.5、0.8 の 4 種類に設定し計算を行った。

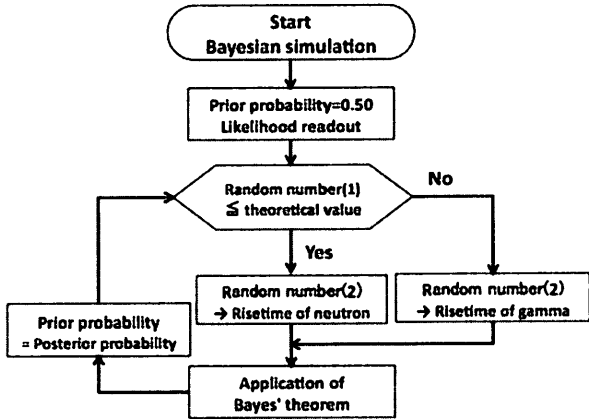


Fig. 2 Simulation of Bayes' theorem.

3. 結果

3.1 重み係数 α が小さい場合 ($\alpha=0.001$)

重み係数 α を小さい値に固定し、10000 回更新を繰り返した場合の計算結果を Fig.3 に示す。横軸は総計数 C^{total} 、縦軸は高速中性子線の混合割合の計算結果である。また、グラフの右上にそれぞれの計算の理論値を示している。

Fig.3 より数千カウント以上の結果が得られた場合、真度、精度共に高い結果が得られるが、数百カウント程度の結果が得られた時点では精度が不十分であることが分かる。一方で、サーベイメータは少ない計数で精度、真度共に高い結果を算出できることが望ましい。このため、 α を 0.001 のように小さい値に設定する手法はサーベイメータの読み値の表示には適さないと考えられる。

3.2 重み係数 α が大きい場合 ($\alpha=0.1$)

重み係数 α を大きい値に固定し、500 回更新を繰り返した場合の計算結果を Fig.4 に示す。およそ 100 カウントで理論値に大きく近付くが、その後も値が大きく変化し続けているため精度が低く、安定した読み取りが困難である。また、理論値が 0 または 1 に近い場合は、計算の途中で 0 または 1 に収束する可能性があり、収束している間は正しく計算されない。(例: Fig.4 で理論値が 0.1 の場合、400 カウント辺りで一時的に 0 に収束している)

そのため、この手法を用いてサーベイメータの読み値を表示することは困難であると考えられる。

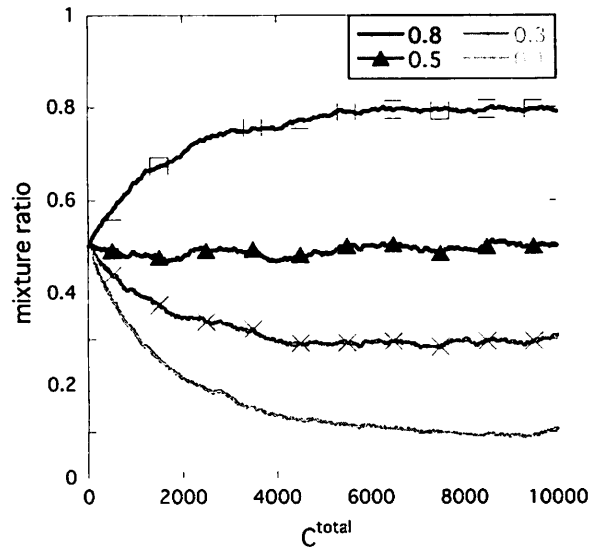


Fig. 3 The computation of posterior probability from 1 to 10000 counts. ($\alpha=0.001$) Theoretical mixture ratios are shown in the figure.

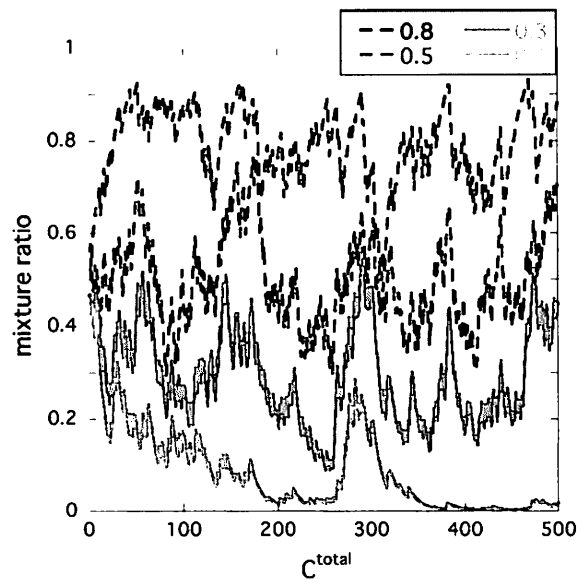


Fig. 4 The computation of posterior probability from 1 to 500 counts. ($\alpha=0.1$) Theoretical mixture ratios are shown in the figure.

3.3 重み係数 α の段階的な変化

Fig. 3,4 より、重み係数 α が小さい場合は、多くの計数値を用いることにより真度、精度共に高い値を算出できる一方で、重み係数 α が大きい場合は、計算精度は不十分だが少ない計数で理論値へ大きく近付くことが分かった。

そこでそれぞれの利点を生かし、少ない計数値で真度、精度共に高い結果を得るため、重み係数 α を式(3)~(5)のように段階的に小さくする計算を試した。その結果、Fig.5 に示すように、始めの方の重み

係数 α が大きい部分の計算で理論値へ大きく近付き、中程度の重み係数 α から小さな重み係数 α へと移行していくことで、真度、精度共に高い結果を得ることができた。

$$\begin{cases} \alpha = 0.1 & (1 \leq \text{total counts} < 100) & (3) \\ \alpha = 0.01 & (100 \leq \text{total counts} < 400) & (4) \\ \alpha = 0.001 & (400 \leq \text{total counts} \leq 500) & (5) \end{cases}$$

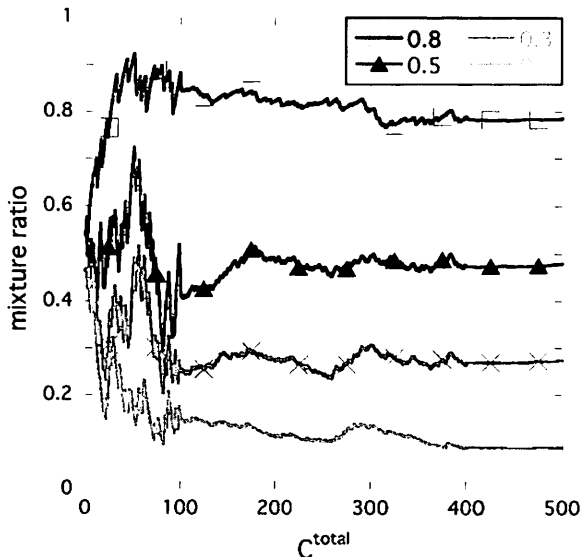


Fig. 5 The computation of posterior probability from 1 to 500 counts. (α :step change) Theoretical mixture ratios are shown in the figure.

3.4 重み係数 α の連続的な変化

3.3 節の様に重み係数 α を段階的に変化させた場合、重み係数 α を一段階小さく変化させる直前に行った更新の結果が最終的な結果に大きく影響していた。そこで、重み係数 α を段階的に小さくするのではなく、総計数 C^{total} に反比例する関数(式(6))で表し、連続的に重み係数 α を減少させて計算を行った。

$$\alpha = \frac{\beta}{C^{total}} \quad (6)$$

その際、パラメータ β はいくつかの値を用いて予備的な評価を行い、得られた結果が理論値と最もよく一致する様に経験的に選んだ。理論値が 0.3 の場合の評価値と理論値の相対誤差の変化の一例を Fig.6 に示す。横軸は式(6)中の β である。

この結果から、理論値が 0.3 の場合、 β が 1.65 付近のとき相対誤差が最も 1 に近づくことが分かった。そこで重み係数関数 α を式(6)で $\beta=1.65$ と設定し計算した結果を Fig.7 に示す。この手法を用いることで、3.3 節の手法と同様に早くに理論値へ近付き安定すると共に、重み係数 α の不連続な変化による影響を受けない結果を得ることができた。

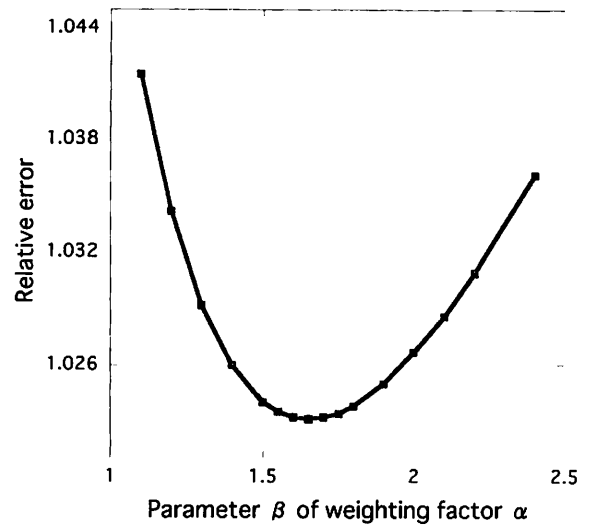


Fig. 6 The computation of relative error by changing the parameter β of weighting factor α

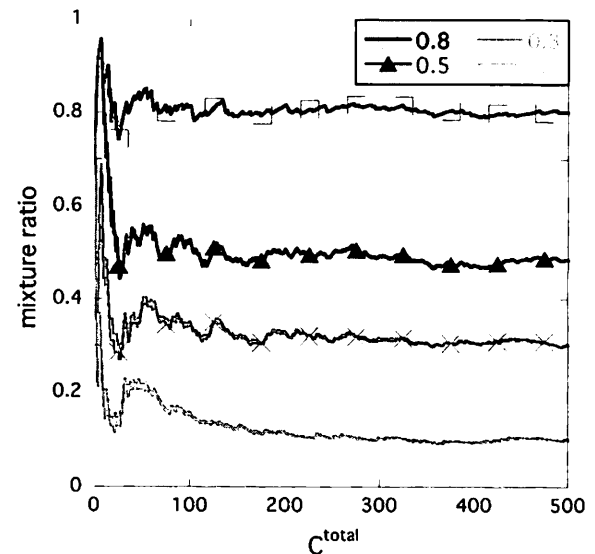


Fig.7 The computation of posterior probability from 1 to 500 counts. (α :gradation) Theoretical mixture ratios are shown in the figure.

3.5 推定による変動係数 v

本研究で提案した計算手法の乱数系列への依存性を評価するため、1000 種類の乱数系列を用いて変動係数 v を評価した。このとき少ない計数での安定性が最も認められた手法(3.4 節:重み係数 α の連続的な変化)を用いて計算を行った。またサーベイメータへの応用を考慮し、総計数 C^{total} を 500 カウントに設定し評価した。これは 10cps 程度の計数率で 1 分間測定することを想定している。変動係数 v とは、 n 個の測定値 x_i の標準偏差の推定値 s の平均値 \bar{x} に対する比¹⁰⁾であり、以下の式(7)のように定められる。

$$v = \frac{s}{x} = \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2} \quad (7)$$

この式を用いて計算を行った結果、変動係数 v は9.2%であった。

4. 考察

4.1 中性子サーベイメータの JIS 規格との比較

今回の計算を評価すべく、結果の 3.5 節で変動係数 v を算出した。中性子サーベイメータの変動係数 v は JIS Z 4341「中性子用線量当量(率)サーベイメータ」で 0.2(=20%)以下¹⁰⁾と規定されている。そのため本研究で算出した値である 9.2%は JIS 規格を満たしていると考えられる。

4.2 ベイズの定理と最小二乗法の特徴の比較

ベイズの定理と最小二乗法の特徴の比較を Table 1 に示す。

Table 1 Comparison between the Bayes' theorem and least squares method.

	Bayes' theorem	Least squares fit
Complication of calculation	○Simple	×Complicated
Sequential evaluation	○Possible	△Difficult
Non-negative values	○	×
Storage of spectrum	○Unnecessary	×Necessary

ベイズの定理は最適化のための繰り返し計算を必要とせず、計算が単純であるため、逐次評価に適している。また、原理的に解の非負性が保証されており、スペクトル情報の蓄積も必要としない。以上のことから、本研究の様なベイズの定理はサーベイメータの読み値を表示するのに適していると考えられる。

5. 結論

反跳陽子比例計数管のパルス立ち上がり時間分布を逐次的に評価することを目指して、本手法へのベイズの定理の適用可能性を検討し、利用可能であることが分かった。今後、収束判定を適切に行うことができるパラメータの探査が必要である。また、重み係数や事前確率などのパラメータをさらに検討することにより、適切な評価に必要な計数の減少や、

真度ならびに精度の向上に繋がるのではないかと考える。

謝辞

本研究は近畿大学原子炉等利用共同研究のもとで行われました。研究を進めるにあたりご協力いただいた共同研究者の方々には心より感謝申し上げます。また、本研究の一部は、JSPS 科研費 25600142 の助成を受けています。

参考文献

- 1) H.Tagziria, W.Hansen. Radiation Protection Dosimetry 107 (2003) 73-93
- 2) Victor V Verbinski, Raffaele Giovannini. Nuclear Instrument and Methods 114 (1974) 205-231
- 3) A.Nohtomi, F.Toyofuku, G.Wakabayashi, et al. Proceedings of the 27th Workshop on Radiation Detectors and Their Uses. (2013) 51-62
- 4) 長峰周治, 納富昭弘 平成 23 年度九州大学医学部保健学科放射線技術科学専攻卒業論文集, (2012) 201-207
- 5) Website of "Light Stone" (2016/6/22) <<http://www.lightstone.co.jp/origin/flist6.html>>
- 6) 岩崎信 放射線 21 (1995) 12-26
- 7) 三井隆史他 計測自動制御学会東北支部第 170 回研究集会 170 (1997)
- 8) 三井隆史他 計測自動制御学会東北支部第 167 回研究集会 167 (1996)
- 9) Website of "Japan Electric Meters Inspection Corporation" (2016/6/22) <<http://www.jemic.go.jp/gizyutu/uncertainty.html>>
- 10) JIS Z 4341, 中性子用線量当量(率)サーベイメータ, 日本規格協会, (2006).